数理解析研究所講究録 1332 巻 2003 年 46-56

複素力学系から作られる C^* 環の純無限性

九州大学大学院数理学研究院 綿谷 安男
岡山大学環境理工学部 梶原 毅

1 イントロダクション

リーマン球面 $\hat{\mathbf{C}}$ 上の有理関数 h の反復合成を考えることによって, 複素力学系 $(\hat{\mathbf{C}}, h)$ が与えられる. h のジュリア集合 J_h は h で完全不変であり, また, h は J_h 上で minimal である. 力学系 $(\hat{\mathbf{C}}, h)$ の本質的な部分は, J_h に含まれていると考えられる. そこで, 複素力学系 $(\hat{\mathbf{C}}, h)$ を J_h に制限し, それに対してヒルベルト C^* 双加群 (X_h, ϕ), さらにそれから Pimsner 構成法によって C^* 環 $\mathcal{O}_h$ を構成してその性質を研究する.

複素力学系におけるジュリア集合はクライン群における極限集合と類似のものであり, 作用の boundary にあたるものと考えられる. Laca-Spielberg [8] および Anathalaman-Delaroche [1] は, 離散群の strongly boundary action に対して, 接合積が単純かつ純無限であることを証明した. 従って, ジュリア集合に制限して作った C^*-環も単純かつ純無限になることを期待するのは自然である.

本稿においは, 有理関数 h に対して構成される C^*-環 $\mathcal{O}_h$ が, いつでも単純でありかつ純無限であることを証明する. 単純性については Schweizer [9] によって C^* が単位元を持ち, full である場合に一般的に証明されている. しかし, その証明は, dilation を使ったもので, 具体例に適用するとわかりにくい. それに対して, ここでは, self contained で見通しのよい証明を与える. (h, J_h) は一般には分岐点を含み, ヒルベルト C^*-双加群 X_h は有限生成にならない. このような場合 X_h の "AF" part の解析が困難で, それが $\mathcal{O}_h$ の解析を困難にしている. 類似の多くの研究においても, 特異点を含む場合は避けられている. 以下に提示する手法は, 分岐点の存在によってほとんど困難を生じない. なお, 有限生成でないヒルベルト C^*-双加群については, Kajiwara-Pinzari-Watatani[7] で, 系統的に研究している.

なお, Deaconu-Muhly [3] も一般に特異点のある力学系に対してヒルベルト C^* 双加群によって C^* 環を作っているが, 特異点を除外して構成しており, 我々のものとは一般に異なる.

2 定義と基本性質, 例

h を 次数が 2 以上の多項式とする. J_h で h のジュリア集合を表す. 次のように correspondence $\mathcal{C}_J$ を定義する.

$$\begin{aligned}\mathcal{C}_h &= \mathrm{graph}(h|_{J_h}) \subset J_h \times J_h \\ &= \{(x,y) \in J_h \times J_h | y = h(x)\}\end{aligned}$$

C*-環 A を $A = C(J_h)$ とし, 線型空間 X_h を $X_h = C(\mathcal{C}_h)$ とする. そのとき, $a, b \in A$, $f, b \in X$ に対して,

$$\begin{aligned}(f\,b)(x,y) &= f(x,y)\,b(y) \\ (f|g)_A(y) &= \sum_{h(x)=y} e_x^h \overline{f(x,y)} g(x,y) \\ (\phi(a)f)(x,y) &= a(x)\,f(x,y)\end{aligned}$$

によって右プレヒルベルト A 加群構造, および A の左表現 ϕ を定義する. なお, e_x^h は h の x における分岐指数である.

有理関数の分岐指数は次で定義される.

- $h'(x_0) \neq 0$ なら $e_{x_0} = 1$
- $h'(x_0) = 0$ で $h(x) - h(x_0)$ が $x = x_0$ を k 位の零点としてもつとき $e_{x_0} = k$.

このとき, X_h は自動的に完備になり, ϕ は A から $\mathcal{L}(X_A)$ への忠実な *準同型である. すなわち, (X_h, ϕ) はヒルベルト C*-双加群の性質を全てみたす. しかし, 一般に有限生成とは限らない.

定義 1. (X_h, ϕ) から Pimsner 構成によって作られる C* 環を $\mathcal{O}_h$ とかき, 複素力学系 $(\hat{\mathbf{C}}, h)$ から作られる C*-環という.

$\gamma_t(S_x) = e^{itx} S_x$, $\gamma_t(a) = a$, $a \in A$ によって, $\mathcal{O}_h$ のへのゲージ作用を定義する.

種々の例

例 2.1. $h(z) = z^2 + c$. 複素変数の 2 次式はすべてこの形に共役である.

特別な c の値に関する結果.

2 次写像の族に対して, マンデルブロ集合 M を定義する.

$$M = \{c \in \mathbf{C} | \sup_{n \in \mathbf{N}} |h^n(0)| < \infty\}$$

M の主カージオイドとは, $\{c \in \mathbf{C} | c = \alpha - \alpha^2,\ |\alpha| < 1/2\}$

1. $c \notin M$ のとき. $\mathcal{O}_{h_C} \simeq \mathcal{O}_2$ (クンツ環). $\mathcal{O}_{h_C}$ は 単純かつ, 純無限.

2. c が主カージオイドの内部の点のとき, $\mathcal{O}_{h_c} \simeq \mathcal{O}_{h_0}$ である. このとき, $\mathcal{O}_{h_c}$ は単純かつ, 純無限である.

$$\mathrm{K}_0(\mathcal{O}_{h_C}) = \mathbf{Z}, \qquad \mathrm{K}_1(\mathcal{O}_{h_C}) = \mathbf{Z}$$

3. $c = -2$ のとき. $J_h = [-2, 2]$ であり, この写像はテント写像と共役. これは, ジュリア集合が分岐点を含む例である.

$$\mathrm{K}_0(\mathcal{O}_{h_{-2}}) = \mathbf{Z}, \qquad \mathrm{K}_1(\mathcal{O}_{h_{-2}}) = \{0\}$$

注 2.1. 2. は, 以前 [4] で研究した連続クンツクリーガー環の例である $h(z) = z^n$ の特別な場合である. また, Deaconu-Muhly [3] は 3. の力学系 (テント写像) に対して C* 環を作っているが, 単純 C* 環になっていない.

例 2.2. $h(z) = \dfrac{(z^2+1)^2}{4z(z^2-1)}$ のとき, $J_h = \hat{\mathbf{C}}$ であり, ジュリア集合中に 6 個の分岐点を含む.

注 2.2. Deaconu [3] も, この力学系に対してヒルベルト C*-双加群から C* 環を作っているが, 特異点を除外しており, 我々のものとは異なる.

定理 2. 有理関数 h の次数 $d = \deg(h)$ が 2 以上で, z_0 を h の (超) 吸引不動点とする. h のすべての分岐点が z_0 のある 1 つの (超) 吸引直接鉢に含まれて いれば, h の生成する C*- 環 $\mathcal{O}_h$ は Cuntz 環 $\mathcal{O}_d$ に同型となる.

例 2.3. $h(z) = \dfrac{2z^2-1}{z}$ なら $\mathcal{O}_h \simeq \mathcal{O}_2$ となる.

3 定理

定理 3. h を次数が 2 以上の有理関数とする. $\mathcal{O}_h$ は単純かつ純無限である.

定理の証明には, 一連の補題が必要である.

C_h^n を correspondence $\{x, y \in J_h \times J_h | y = h^n(x)\}$ とする. そのとき, $\mathrm{C}(C_h^n)$ は, X_h の場合と同様に, 次のように, A-A 双加群になる.

$$\begin{aligned}(f\,b)(x,y) &= f(x,y)\,b(y)\\ (f|g)_A(y) &= \sum_{x=(h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n}\overline{f(x,y)}g(x,y)\\ (\phi(a)f)(x,y) &= a(x)\,f(x,y)\end{aligned}$$

補題 4. n を自然数とするときに, $(X_h)^{\otimes n}$ は, 自然に $\mathrm{C}(\mathcal{C}_h^n)$ に同型である.

証明において, $\mathrm{C}(\mathcal{C}_h^n)$ の一様ノルムと $A = \mathrm{C}(\mathcal{C}_h)$ 内積から決まるノルムが同値であることを示し, $(X_h)^{\otimes n}$ から $\mathrm{C}(\mathcal{C}_h^n)$ への対応が全射であることは, ストーン・ワイエルシュトラスの定理によって示す.

補題 5. h は次数が 2 以上の有理関数とする. $a \in A^+$, $a \neq 0$ とする. 任意の $\varepsilon > 0$ に対して, $n \in \mathbf{N}$, $f \in X^{\otimes n}$ で,

$$(f|f)_A = I, \qquad \|a\| - \varepsilon \leq S_f^* a S_f \leq \|a\|$$

となるものがとれる.

Proof. コンパクト空間 J_h 上の関数 a が最大値をとる点の開近傍 $\tilde{V}$ を十分小さくとると, 任意の $x \in \tilde{V}$ に対して

$$\|a\| - \varepsilon \leq a(x) \leq \|a\|$$

とできる. さらに, J_h の空でない開集合 V とコンパクト部分集合 K を, $V \subset K \subset \tilde{V}$ となるようにとる. h の次数が 2 以上であるから, Beardon [2] Theorem 4.2.5 を用いて, 十分大きな n をとることによって, $h^n(V) = J_h$ とできる.

$f \in (X_h)^{\otimes n} \simeq \mathrm{C}(\mathcal{C}_{h^n})$ に対して

$$\begin{aligned} S_f^* a S_f(y) &= (f|af)_A(y) \\ &= \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} \overline{f(x,y)} a(x) f(x,y) \\ &= \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} a(x) |f(x,y)|^2 \end{aligned}$$

である. ここで,

$$\begin{aligned} F_1 &= \{(x,y) \in J_h \times J_h | y = h^n(x), x \in K\} \\ F_0 &= \{(x,y) \in J_h \times J_h | y = h^n(x), x \in (\tilde{V})^c\} \end{aligned}$$

とおく. F_1 および F_0 は $J_h \times J_h$ の閉集合であるからコンパクトで, $F_1 \cap F_0 = \phi$ となる. $g \in \mathrm{C}(\mathcal{C}_{h^n})$, $0 \leq g(x) \leq 1$ で,

$$g(x) = \begin{cases} 0 & (x,y) \in F_0 \\ 1 & (x,y) \in F_1 \end{cases}$$

となるものがとれる.

$h^n(V) = J_h$ であることより, 任意の $y \in J_h$ に対して $h^n(x_0) = y$, $x_0 \in V$ すなわち, $(x_0, y) \in F_1$ となる x_0 がとれる. 従って,

$$\begin{aligned}(g|g)_A(y) &= \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} |g(x,y)|^2 \\ &\geq e_{x_0}^{h^n} |g(x_0, y)|^2 \\ &\geq 1\end{aligned}$$

この g に対して $b = (g|g)_A$ とおく. $b(y) \geq 1$ より b は正で, 可逆である. $f = gb^{-1/2} \in (X_h)^{\otimes n}$ とおく. そのとき,

$$\begin{aligned}(f|f)_A &= (gb^{-1/2}|gb^{-1/2})_A \\ &= b^{-1/2}(g|g)_A b^{-1/2} \\ &= I\end{aligned}$$

である.

y を固定する.

$$\begin{aligned}\|a\| - \varepsilon &= (\|a\| - \varepsilon)(f|f)_A(y) \\ &= (\|a\| - \varepsilon) \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} |f(x,y)|^2\end{aligned}$$

である. ここで, $x \in \tilde{V}$ なら, $\|a\| - \varepsilon \leq a(x)$, $x \in (\tilde{V})^c$ なら $f(x,y) = 0$ となることより,

$$(\|a\| - \varepsilon) \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} |f(x,y)|^2 \leq \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} a(x) |f(x,y)|^2$$

を得る. よって,

$$\begin{aligned}\|a\| - \varepsilon &\leq \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} a(x) |f(x,y)|^2 \\ &= S_f^* a S_f(y)\end{aligned}$$

がなりたつ. □

補題 6. h は次数が 2 以上の有理関数とする. $a \in A$, $a \geq 0$, $a \neq 0$ とする. 任意の $\varepsilon > 0$ (ただし, $0 < \varepsilon < \|a\|$) に対して, $n \in \mathbf{N}$ と $u \in (X_h)^{\otimes n}$ で

$$\|u\| \leq (\|a\| - \varepsilon)^{-1/2} \qquad S_u^* a S_u = I$$

となるものが存在する.

Proof. $a \in A$ に対して 補題 5 によって $f \in (X_h)^{\otimes n}$ をとり, $c = S_f^* a S_f$ とおく. $0 < \|a\| - \varepsilon \le c \le \|a\|$ であるから, c は正で可逆である. $u = fc^{-1/2}$ とおく. そのとき,

$$\begin{aligned} S_u^* a S_u &= (u|au)_A \\ &= (fc^{-1/2}|afc^{-1/2})_A \\ &= c^{-1/2}(f|af)_A c^{-1/2} \\ &= I \end{aligned}$$

である. また, $\|u\| = \|fc^{-1/2}\| \le \|c^{-1/2}\|$ と $\|a\| - \varepsilon \le c$ より, $c^{-1/2} \le (\|a\| - \varepsilon)^{-1/2}$ がなりたつ. □

補題 7. h を *2* 次以上の有理関数とする. n を任意の自然数で, $T \in \mathcal{L}(X^{\otimes n})$ とする. 任意の $\varepsilon > 0$ と任意の自然数 m に対して, $0 \le a \le 1$ となる $a \in A$ で

$$\|\phi(\alpha^n(a))T\| \ge \|T\| - \varepsilon$$

かつ $k = 1, \cdots, m$ に対して

$$a\alpha^k(a) = 0$$

となるものが取れる.

Proof. $T \in \mathcal{L}(X^{\otimes n})$ に対して,

$$\|T\| = \sup_{\|f\|_2 = 1} \|Tf\|_2$$

である. ここで,

$$\|f\|_2^2 = \sup_{y \in J_h} \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} |f(x,y)|^2$$

である. $T \in \mathcal{L}(X^{\otimes n})$ に対して,

$$\|Tf\|_2^2 = \sup_{y \in J_h} \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} |(Tf)(x,y)|^2$$

であり, また,

$$\|\phi(\alpha^n(a))Tf\|_2^2 = \sup_{y \in J_h} \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} |(a(y)Tf)(x,y)|^2$$

任意の $\varepsilon > 0$ に対して,

$$\|f\|_2 = 1, \qquad \|T\| \geq \|Tf\|_2 \geq \|T\| - \varepsilon$$

となる f を固定する. $\|Tf\|_2$ の表示により,

$$\|Tf\|_2 = \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y_0)} e_x^{h^n} |(Tf)(x, y_0)|^2 > (\|T\| - \varepsilon)^2$$

となるような y_0 が存在する. また, 中間の項は y 変数に関して連続であるから y_0 の開近傍 U_{y_0} で, 任意の $y \in U_{y_0}$ に対して

$$\sum_{x \in (h^n)^{-1}(y)} e_x^{h^n} |(Tf)(x, y)|^2 > (\|T\| - \varepsilon)^2$$

となるものがとれる. ここで, $a \in A,\ 0 \leq a \leq 1$ を, ある $y_1 \in U_{y_0}$ に対して $a(y_1) = 1$ となるようにとる. ここでとった a に対して $y_1 \in U_{y_0}$ であることより,

$$\begin{aligned} \|\phi(\alpha^n(a))Tf\|_2^2 &\geq \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y_1)} e_x^{h^n} |a(y_1)||(Tf)(x, y_1)|^2 \\ &\geq \sum_{x \in (h^n)^{-1}(y_1)} e_x^{h^n} |(Tf)(x, y_1)|^2 \\ &> (\|T\| - \varepsilon)^2 \end{aligned}$$

がなりたつ.

ここで,

$$\mathcal{P}_m = \{x \in J_h \,|h^k(x) = x, \quad 1 \leq k \leq m\}$$

とおく. h が有理関数であることより, $\mathcal{P}_m$ は有限集合である. 一方, Beardon [2] 定理 4.2.4 により, 有理関数のジュリア集合は完全集合であるから, 任意の m に対して, $U_{y_0} \backslash \mathcal{P}_m \neq \phi$ である. $y_1 \in U_{y_0} \backslash \mathcal{P}_m$ をとり, 前にとった a を, $a(y_1) = 1$ ととる. $h^k(y_1) \ni y_1$ $(k = 1, \ldots, m)$ より, $y_1 \ni (h^k)^{-1}(y_1)$ である. y_1 の近傍 W_k で, $(h^k)^{-1}(W_k) \cap W_k = \phi$ となるものとる. $W = \cap_{k=1}^{m} W_k$ とおく. $\mathrm{supp} a \subset W$ とすると,

$$\mathrm{supp}(\alpha^k(a)) \cap \mathrm{supp}(a) = \phi \qquad (k = 1, \ldots, m)$$

となり, $\alpha^k(a)a = 0$ $(k = 1, \ldots, m)$ が従う. □

補題 8. h は次数が 2 以上の有理関数とする. C を $\mathcal{O}_h$ の代数的な元とし, $B = C^*C$ とおく. さらに, $B = \sum_j B_j$ とする. ただし, $\gamma_t(B_j) = e^{jt}B_j$ である. そのとき, 任意の $\varepsilon > 0$ に対して $P \in A,\ 0 \leq P \leq I$ で次を満たすものがとれる.

1. $PB_jP = 0 \qquad (j \neq 0)$

2. $\|PB_0P\| \geq \|B_0\| - \varepsilon$

Proof. $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ とするとき, $S_x = S_{x_1}S_{x_2}\ldots S_{x_n}$ とかき, n を x の length とよぶ. $C = \sum_j C_j$ (ただし, $\gamma_t(C_j) = e^{jt}C_j$) であるときに C_j に現れる S_xS_y* の x, y の length の最大値の2倍を m とおく.

$j \neq 0$ のとき, 各 B_j は次の形の有限和である.
$j > 0$ のときは,

$$S_xS_y^* \qquad x \in (X_h)^{\otimes k+j}, \qquad y \in (X_h)^{\otimes k} \qquad 0 \leq k+j \leq m$$

$j < 0$ のときは,

$$S_xS_y^* \qquad x \in (X_h)^{\otimes k}, \qquad y \in (X_h)^{\otimes k+|j|} \qquad 0 \leq k+|j| \leq m$$

m に対して $\alpha^j(a)a = 0,\ 1 \leq j \leq m$ をみたす a を取っていたとする. $P = \alpha^m(a)$ と置く. $j > 0$ のとき,

$$\begin{aligned}
PS_xS_y^*P &= \alpha^m(a)S_xS_y^*\alpha^m(a) \\
&= S_x\alpha^{m-(k+j)}(a)\alpha^{m-k}(a)S_y^* \\
&= S_x\alpha^{m-(k+j)}(a\alpha^j(a))S_y^* \\
&= 0
\end{aligned}$$

$j < 0$ のときも同様に, 0 になる. $B_0 \in \mathcal{L}(X_h)^{\otimes n}$ であるが, $n \leq m$ と取っているので, $B_0 \in \mathcal{L}(X_h)^{\otimes m}$ と思うことができる. $(B_0)^{1/2}$ と $(\varepsilon')^2 + 2\varepsilon'\|B_0^{1/2}\| < \varepsilon$ となるような $\varepsilon' > 0$ に対して補題6の $a \in A$ をとる. すなわち,

$$\|\phi(\alpha^m(a))B_0^{1/2}\| \geq \|B_0^{1/2}\| - \varepsilon'$$

である. さらに,

$$\begin{aligned}
\|PB_0P\| &= \|PB_0^{1/2}\|^2 \\
&\geq (\|B_0^{1/2}\| - \varepsilon')^2 \\
&= \|B_0\| - \varepsilon
\end{aligned}$$

となる.

これは, Kajiwara-Pinzari-Watatani [6] で提示され, Kajiwara-Watatani [4] で整備された (I)-free 条件である. □

以上の補題を用いて定理の証明を行う.

$w \in \mathcal{O}_h^+$, $\|w\| = 1$ をとる. そのとき, z_1, $z_2 \in \mathcal{O}_h$ が存在して, $z_1^* w z_2 = I$ となることを示す. $E : \mathcal{O}_h \to \mathcal{O}_h^{\mathrm{T}}$ をゲージ作用による条件付期待値とする. $w \geq 0$, $w \neq 0$ より $E(w) \neq 0$ である. そこで, $0 < \varepsilon < \frac{\|E(w)\|}{4}$ となる ε をとる. ε はあとで十分小さくとる.

w に対して, $c \in \mathcal{O}^{alg}$ を

$$\|w - c^*c\| < \varepsilon$$

となるようにとる. $\|c\| \leq 1$ としておく. $B = C^*C$ とおくと,

$$B = \sum_j B_j \qquad (\gamma_t(B_j) = e^{ijt}B_j)$$

と有限和にかける. $\|B\| \leq 1$ より $\|B_0\| = \|E(B)\| \leq 1$ である. B に対して,

$$PB_jP = 0$$
$$\|PB_0P\| \geq \|B_0\| - \varepsilon$$

となるような P をとる. 次がなりたつ.

$$\begin{aligned}\|PB_0P\| &\geq \|B_0\| - \varepsilon \\ &= \|E(B)\| - \varepsilon \\ &\geq \|E(w)\| - \|E(w) - B_0\| - \varepsilon \\ &\geq \|E(w)\| - 2\varepsilon\end{aligned}$$

さらに, $T = PB_0P \in \mathcal{L}((X_h)^{\otimes m})$ に対して, $f \in (X_h)^{\otimes m}$, $\|f\| = 1$ で,

$$\|T^{1/2}f\|_2^2 = \|(f|Tf)_A\| \geq \|T\| - \varepsilon$$

となるものがとれる. これより,

$$\|T^{1/2}f\|_2^2 \geq \|E(w)\| - 3\varepsilon$$

となる. さらに, $a = S_f^* T S_f \in A$ とおく. $\|a\| \geq \|E(w)\| - 3\varepsilon > \varepsilon$ となる. そこで補題 6 を適用して, $u \in (X_h)^{\otimes m}$ で

$$S_u^* a S_u = I, \qquad \|u\| \leq (\|a\| - \varepsilon)^{-1/2}$$

となるものが取れる. なお, $\|u\| \leq (\|E(w)\| - 3\varepsilon)^{-1/2}$ である.

さらに,

$$\begin{aligned}\|S_f^*PwPS_f - a\| &= \|S_f^*PwPS_f - S_f^*TS_f\| \\ &= \|S_f^*PwPS_f - S_f^*PB_0PS_f\| \\ &= \|S_f^*PwPS_f - S_f^*PBPS_f\| \\ &\le \|S_f\|^2\|P\|^2\|w - B\| < \varepsilon\end{aligned}$$

最後に, 次がなりたつ.

$$\begin{aligned}\|S_u^*S_f^*PwPS_fS_u - I\| &= \|S_u^*S_f^*PwPS_fS_u - S_u^*aS_u\| \\ &\le \|u\|^2\|S_fPwPS_f - a\| \\ &< \|u\|^2\varepsilon \\ &\le \varepsilon(\|E(w) - 3\varepsilon\|)\end{aligned}$$

ここで, $\varepsilon > 0$ はいくらでも小さくとれるから, $S_u^*S_f^*PwPS_fS_u$ は可逆になり,

$$S_u^*S_f^*PwPS_fS_uv = I$$

となる $v \in \mathcal{O}_h$ がとれる. $z_1 = S_u^*S_f^*P$, $z_2 = PS_fS_uv$ として, $z_1wz_2 = I$ とできる.

References

[1] Anatharaman-Delaroche C. *Purely infinite C*-algebras arising from dynamical systems,* Bull. Soc. Math. France 125(1997), 199-225

[2] Beardon A.F. *Iteration of rational functions* GTM 132, 1991, Springer New York

[3] Deaconu V. and Muhly M. *C*-algebras associated with branched coverings* Proc. AMS. 129(2001), 1077-1086

[4] T.Kajiwara and Y.Watatani *Hilbert C*-bimodules and Continuous Cuntz Krieger algebras,* J. Math. Soc. Japan 54(2002) 35-59

[5] T.Kajiwara and Y.Watatani *C*-algebras associated with complex dynamical systems,* in preparation

[6] Kajiwara T., Pinzari C. and Watatani Y. *Ideal structure and simplicity of the C*-algebras generated by Hilbert bimodules* J. Funct. Anal. 159(1998), 295-322

[7] Kajiwara T., Pinzari C. and Watatani Y. *Jones index theory for Hilbert C*-bimodules and its equivalence with conjugation theory,* preprint, 2002

[8] Laca M. and Spielberg J. *Purely infinite* C*-*algebras from boundary actions of discrete groups,* J. reine angew. Math. 480(1996), 125-139

[9] Schweizer J. *Dilations of C*-correspondences and the simplicity of Cuntz-Pimsner algebras,* J. Funct Anal. 180(2001), 404-425